航測及遙測學刊 第十卷 第一期 第 59-70 頁 民國 94 年 3 月
Journal of Photogrammetry and Remote Sensing
Volume 10, 1, March 2005, pp. 59-70

光達資料八分樹結構化於平面特徵萃取

王淼[1] 湯凱佩[1] 曾義星[2]

摘要

光達可快速獲取被掃瞄物表面高精度及高密度的三維點雲資料。由於資料量非常龐大，其中包含豐富的空間資訊，為了有效率地處理光達資料，必須先將點雲組織成有利於後續處理的結構，並且保留其原有的資料精度。本文提出以八分樹結構組織光達點雲資料的方法，可將點雲資料組織成三維網格的型式，使用三維指標方式快速搜尋點雲資料，並從光達資料中萃取出隱含的三維平面資訊。本文提出的方法可以適用於空載及地面光達資料，對於具有多重反射或由多掃瞄站合併的點雲資料亦可適用。

關鍵詞：光達、八分樹、三維網格、平面萃取

1. 前言

光達（LIDAR, Light Detection And Ranging）可以掃瞄方式快速蒐集分佈於被掃瞄物表面高密度的三維點資料，是測量製圖領域新興的科技，其應用已逐漸受到重視(Ackermann,1999)。光達儀器分為空載與地面二種，空載光載達資料主要應用於生產高精度的 DEM、三維建物模型重建及電力線偵測等方面(Haala and Brenner, 1999; Priestnall et al., 2000; Vosselman and Dijkman, 2001)；地面光達主要應用於防災、建築、古蹟維護、工廠管線配置等方面。在進行這些應用時，包括資料改正、資料拼接、特徵物萃取、模型重組及與其他資料（例如影像）之融合等課題，而特徵物萃取和資料切割(segmentation)則是一項很重要的前置作業。

光達資料記錄一系列被掃瞄物表面的三維點坐標，又稱為點雲（point cloud）。點雲資料量一般均非常龐大，而且是不規則分佈於三維空間，即使目前電腦軟、硬體科技均已非常發達，在進行光達資料處理時，仍需耗費大量的資料儲存空間及運算處理時間。因此，在進行主要的應用之前，若能先將點雲資料先予以有系統地結構化處理，組織成易於搜尋資料，又不需要太多額外儲存空間的資料結構，以進行資料切割和特徵物萃取的工作，將有利於處理光達資料。

光達資料的組織方法大致分為二種，第一種是將光達點雲資料內插為 XY 平面的規則網格，把 Z 坐標或光達的雷射光反射值視為網格的灰階值(Priestnall et al., 2000; Masaharu and Hasegawa, 2000; Geibel and Stilla, 2000)。其優點是可減少資料量，規則化的網格亦可加快資料搜尋速度，同時可使用各種已發展成熟的影像處理技巧，例如邊界偵測、區塊成長及資料過濾等方法，作為資料處理的工具，進行特徵萃取，例如萃取建築物特徵。但其缺點有二：第一、若處理的光達資料包含多重反射

[1] 國立成功大學測量及空間資訊學系博士班研究生、內政部土地測量局測量員
[2] 國立成功大學測量與空間資訊學系教授

收到日期:民國 93 年 08 月 31 日
修改日期:民國 94 年 01 月 28 日
接受日期:民國 94 年 01 月 31 日

（Multi return）資料，以 Z 坐標作爲網格灰階值時，由於同一網格的數個點的 Z 坐標可能差異甚大，例如位於建築物邊緣與地面交接處，則經由內插得到的 Z 坐標無法代表屋頂或地面，而產生錯誤的結果；第二、二維規則網格實際上僅可表示 2.5D 的資料，而光達資料爲 3D 資料，若處理多重反射資料，或是有重疊的掃瞄區域以及由多個掃瞄站組合的地面光達資料時，則在一個網格內，可能會同時存在有不同 Z 坐標值的點，此種情形將無法使用單純的二維規則網格表示。

第二種方法將光達資料組織成不規則三角形網（TIN, Triangular Irregular Network）(Axelsson, 1999; Maas and Vosselman, 1999; Gamba and Casella, 2000; Schiewe, 2001)。此種方式不會有因爲內插處理而喪失資料精度的問題，但仍有二個缺點：第一、使用不規則三角形網結構需要額外儲存點、線、面關係的儲存空間；第二、如果是由多個掃瞄站組合的地面光達資料，由於其點雲資料爲 3D 分佈，在組織 TIN 時將會發生困難。

綜上所述，若要有效地處理光達點雲資料，必須要有一種可以保存原始資料精度、適合於表現 3D 資料特性、加快資料搜尋速度，並且不增加太多額外儲存空間的結構化方法。由於光達資料分佈於 3D 空間，八分樹結構是一個非常適合的工具。Woo 等人(2002) 曾使用八分樹結構進行工業用短距離雷射掃瞄資料之切割及模型重建，這個構想應可適用於測量用中長距離空載或地面光達獲取的資料。但由於其提出的方法中，點雲資料需要利用規則掃瞄線順序以組成不規則三角形網格，對於具有多重反射的空載光達資料或由多個掃瞄站組合成的光達資料將無法適用。

因此，本文提出一種採用八分樹結構，組織點雲資料的新方法，作爲處理光達點雲資料的基礎結構。並發展出「分割-合併」及「區域成長」二種不同的方法，從光達資料中萃取平面特徵物。「分割-合併」法將原始點雲資料及其分佈的空間視爲八分樹的根節點（root），以「點雲是否共平面」作爲是否分割點雲資料的條件，若點雲分佈不是共平面，則將其分割爲八等分空間的子點雲，並記錄於八個子節點，直到每個節點中的點雲資料均爲共平面或少於三點爲止，如此即可萃取出點雲資料中的平面資訊。「區域成長」法先將點雲分佈的空間分割成相同的三維網格，分割時同時組織成八分樹結構，並利用八分樹結構建立三維網格索引，然後利用類似處理二維影像使用的區塊成長法，從結構化的點雲資料中「長」出平面。本文提出的方法經實際的測試，可以適用於空載及地面光達資料。

2. 八分樹結構理論

樹狀結構是一種常用的多層次資料結構，主要是將不規則分佈的資料集，依特定的條件，分割成具有相同條件的子資料集，並以階層式組織成樹狀架構。初始的資料集稱爲樹的根節點（root），可以分割爲數個子資料集，稱爲節點（node）。每個節點可再分割爲數個節點，直到所有節點中的資料都滿足相同的條件爲止，如此則形成了如樹狀般的架構。除了根節點之外，每個節點有一個唯一的上層父節點（parent）及數個下層的子節點（child）。在樹狀結構中，每個節點之間可經由樹狀結構界定其間的關係。

樹狀結構應用於處理空間資料時，可用來將資料分佈的初始空間依條件分割爲數個子空間（節點），經由逐次的分割將各個子空間中的資料予以結構化。判定一個空間分割與否的條件，取決於分割後之子空間中的資料是否具有相近或共通的性質或特徵。使用者可根據不同的應用目的，自行決定每個分割子空間的條件，以得到合適的樹狀結構。

處理空間資料常使用的樹狀結構，與資料分佈的空間維度有關，例如二分樹、四分樹及八分樹分別應用於一維、二維及三維的空間資料。三維空間從三個維度分割後可產生八個子空間，適合使用八分樹樹狀結構進行結構化，建立資料在三維空間的空間索引，並且有效地掌握具有共通性質資料的空間資訊。

將光達點雲資料組織成八分樹結構的過程，首先以原始點雲資料集爲起點（root），若資料集經檢查設定之條件，判定須再分割，則分割成八個子資料集（子空間或 node），再依序檢查分割後的子空間中的資料是否應再分割。如此重複分割程序，直至樹狀結構中的所有節點(node)中之點雲資料皆經判定不須再分割爲止。值得注意的是，若是分割後的子空間中不包含任何資料，則不記錄此一子空間（子節點），以節省資料儲存空間。圖 1 爲八分樹結構之示意圖。

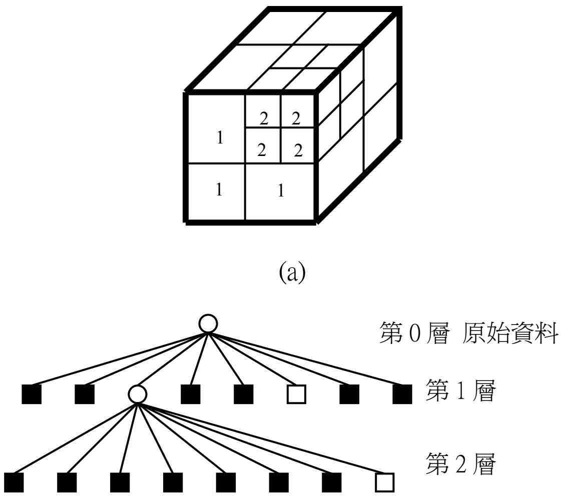

圖 1.八分樹結構示意圖(a)三維空間八分樹結構示意圖(b)樹狀結構節點示意圖

八分樹結構應用於光達點雲資料之結構化有許多優點：

1. 由於光達點雲資料在三維空間中的分佈並不均勻，使用八分樹結構可有效地描述資料分佈的區域，而不用描述沒有資料分佈的空間，進而減少資料結構所需的儲存空間。
2. 依設定分割條件的不同，可直接反應出空間資訊分佈的情形。
3. 建立樹狀結構的過程是爲遞迴 (recursive) 計算，易於軟體實作。
4. 使用八分樹將點雲資料結構化後，可將樹狀結構視爲三維網格，利用樹狀結構中各節點的父子關係，可將各個節點的位置轉化爲類似三維陣列的指標值，方便空間資料搜尋存取，利於分析計算程式的實作。

3. 八分樹結構三維網格化

由於光達點雲資料量非常龐大，資料搜尋相當耗時，使用八分樹將點雲資料結構化後，可以將每個節點的位置對應到類似三維陣列的空間索引，即每個節點的位置轉換爲可以用三個正交軸的索引值（i,j,k）代表，其轉換方法以範例說明如下:

一空間經八分樹分割後，將形成 $2\times2\times2$ 共 8 個子空間，今以（x,y,z）來表示子空間，其中 x、y、z 之範圍爲 0 ~ 1，並定義 $x+2y+4z$ 爲子空間之編碼值（0 ~ 7）（圖 2），在此定義下，現假設一空間進行 5 層次八分分割，整體空間視爲被分割成 $32\times32\times32$ 個同樣大小的三維網格，而 i、j、k 分別爲 X、Y、Z 方向之索引，今欲取網格 g（i，j，k）=（14，20，13）內之點位資料，方式如下：

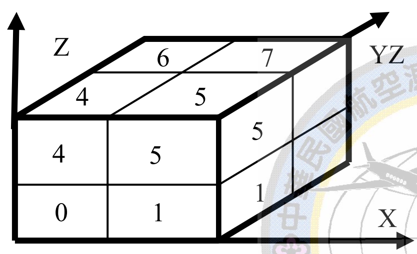

圖 2. 三維網格索引編碼

首先將 i、j、k 以二進位表示（如表一），三者各取出對應的 bit 值，進行$(i{:}bit_m)+2\cdot(j{:}bit_m)+4\cdot(k{:}bit_m)$計算，得到如表 1.中所示之結果(2 5 7 1 4)。

表 1. 三維索引值之二進位表示法

索引值	十進位值	二進位值				
		bit4	*bit3*	*bit2*	*bit1*	*bit0*
i	14	0	1	1	1	0
j	20	1	0	1	0	0
k	13	0	1	1	0	1
		↓	↓	↓	↓	↓
		2	5	7	1	4

此串數字依序代表第一次至第五次對涵蓋網格 g 的空間進行八分分割後，涵蓋網格 g 的子空間編碼，如圖 3 所示。

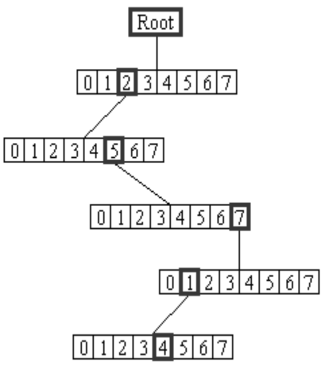

圖 3. 八分樹節點位置轉換
爲三維索值之方法

利用此串編碼數字，透過八分樹結構，由根節點開始，依序往下找到子節點 2、子節點 5、子節點 7、子節點 1，最後找到子節點 4，便可取得該網格所涵蓋的點位資料。在樹狀結構中，每個節點(網格)對應一不同且唯一的一串編碼，當透過編碼由根節點開始往下搜尋，搜尋過程中如遇節點已無往下分割的子節點，代表該節點內已無資料，而網格 g 因涵蓋於該節點內，故可知網格 g 內亦無資料。經由上述的方法將點雲資料組織化後，點雲資料可視爲一三維網格影像，並可利用三維索引的機制來存取網格內的資料，或快速存取特定的網格，例如，每個網格的 26 個相鄰網格即可由 i±1、j±1、k±1 組合之 26 個之索引值取得。因此，只要找到點資料所在的節點位置，即可快速地找到鄰近的點資料，大幅地降低資料搜尋所需的時間。

4. 從點雲資料萃取三維平面

無論空載或地面光達點雲資料中，均隱含豐富的空間資訊。從光達資料中萃取 3D 平面是基本的工作，本節將先介紹點雲資料求解平面的方法，再介紹二種不同方式從光達資料萃取平面。

4.1 點雲資料最適平面計算

爲萃取光達點雲資料中隱含的三維平面資訊，必需由點雲坐標資料計算平面參數。在三維空間中，不共線的三個點恰可構成唯一的一個平面，若點數大於三點，則必須採用平差的方式求解最適平面（best-fit plane），在三維空間中之平面方程式爲：

$$Ax+By+Cz+D=0 \tag{1}$$

而任一點(x_i,y_i,z_i)至平面之距離爲：

$$s_i=\frac{|Ax_i+By_i+Cz_i+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \tag{2}$$

今定義由 n 個點所形成之最適平面的條件爲：

$$\sum_{i=1}^{n} s_i s_i=\min \tag{3}$$

依此定義下，最適平面之解算方法如下：

取點至平面之距離公式

$$F(A,B,C,D)=\frac{|Ax+By+Cz+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=0 \tag{4}$$

爲觀測函數，每一組(x_i,y_i,z_i)代入函數 F 可得一觀測方程式：

$$v_i+0=v_i=\frac{|Ax_i+By_i+Cz_i+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \tag{5}$$

當有 n 組(x_i,y_i,z_i)，則有 n 個觀測方程式，根據最小二乘平差理論，在$\sum_{i=1}^{n} v_i v_i=\min$時，可解得一組未知參數 A、B、C、D。比較(2)、(5)兩式，

可發現未知數 A、B、C、D 即爲平面參數，且 vi＝si，此時 $\sum_{i=1}^{n} v_i v_i = \sum_{i=1}^{n} s_i s_i = \min$ ，故所解得之參數解即爲最適平面之解。然而僅以點位組成觀測方程式進行平差計算時，並無法正確求解，因爲對任一平面 $AX+BY+CZ+D=0$ 而言，$k(AX+BY+CZ+D)=0$ 亦代表同一平面，故任一非 0 常數 k 所形成之[kA, kB, kC, kD]亦是最適平面的解，因而造成無限多解，而會造成平差模式無法收斂。故爲了得到一組正確的固定解，還必須加入一約制條件，研究中採 $A^2+B^2+C^2=k$（k 爲常數且 k＞0）作爲約制條件並寫成 $G(A,B,C,D)=A^2+B^2+C^2-k=0$ ，如設 k＝1，則所得之(A,B,C)恰爲平面之單位法向量。由於 F(A,B,C,D)與 G(A,B,C,D)爲非線性方程式，求解時可以泰勒展開式將其線性化，並配合疊代方式漸進求解。

$$F_i = (F_0)_i + \left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)_i \cdot dA + \left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)_i \cdot dB + \left(\frac{\partial F}{\partial C}\right)_i \cdot dC + \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_i \cdot dD \tag{6}$$

$$\begin{aligned} G &= G_0 + \left(\frac{\partial G}{\partial A}\right) \cdot dA + \left(\frac{\partial G}{\partial B}\right) \cdot dB + \left(\frac{\partial G}{\partial C}\right) \cdot dC + \left(\frac{\partial G}{\partial D}\right) \cdot dD \\ &= G_0 + (2A) \cdot dA + (2B) \cdot dB + (2C) \cdot dC + 0 \cdot dD \end{aligned} \tag{7}$$

整體平差模式如下：

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \\ v_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)_1 & \left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)_1 & \left(\frac{\partial F}{\partial C}\right)_1 & \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_1 \\ \left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)_2 & \left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)_2 & \left(\frac{\partial F}{\partial C}\right)_2 & \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)_n & \left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)_n & \left(\frac{\partial F}{\partial C}\right)_n & \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_n \\ 2A & 2B & 2C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dA \\ dB \\ dC \\ dD \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (F_0)_1 \\ (F_0)_2 \\ \vdots \\ (F_0)_n \\ G_0 \end{bmatrix},$$

$$V = AX - L \tag{8}$$

採用帶有條件之間接觀測平差，或是將約制條件之觀測方程式的權設爲∞，並以間接觀測平差方式解算即可。

上述方法爲嚴謹的解算法，其簡化的方法可改取公式 $E(A,B,C,D)=Ax+By+Cz+D=0$ 爲觀測函數，則任一點 (x_i, y_i, z_i) 代入函數 E 可得觀測方程式 $v_i = Ax_i + By_i + Cz_i + D$ ，又根據(2)式得：

$$s_i s_i = \frac{(Ax_i+By_i+Cz_i+D)^2}{A^2+B^2+C^2} = \frac{v_i v_i}{A^2+B^2+C^2} = \frac{v_i v_i}{K} \quad , \quad K = A^2+B^2+C^2$$

$$, \quad \sum_{i=1}^{n} s_i s_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{v_i v_i}{K} \tag{9}$$

今將 $A^2+^2B+C^2$ 約制固定爲一常數 k（k＞0）並寫成 $H(A,B,C,D) == A^2+B^2+C^2-k=0$ ，則根據(9)式得 $\sum_{i=1}^{n} s_i s_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{v_i v_i}{k} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{n} v_i v_i$ ，則當 $\sum_{i=1}^{n} v_i v_i$ 爲最小時，$\sum_{i=1}^{n} s_i s_i$ 亦爲最小（即符合最適平面之條件）。據此，可利用觀測函數 E 及約制條件函數 H 來建立平差模型，因函數 H 爲非線性，故計算時同樣須先將 E、H 線性化，並以疊代方式漸進求解。平差模式以矩陣型式表示整理如下：

$$(E)_i = (E_0)_i + x_i \cdot dA + y_i \cdot dB + z_i \cdot dC + dD$$
$$(E_0)_i = A_0 x_i + B_0 y_i + C_0 z_i + D_0$$
$$H = H_0 + 2A \cdot dA + 2B \cdot dB + 2C \cdot dC + 0 \cdot dD$$
$$H_0 = A_0^2 + B_0^2 + C_0^2 - k$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \\ v_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n & 1 \\ 2A & 2B & 2C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dA \\ dB \\ dC \\ dD \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (E_0)_1 \\ (E_0)_2 \\ \vdots \\ (E_0)_n \\ H_0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & 1 \\ & & & & \infty \end{bmatrix} \tag{10}$$

今取 k 值爲 1，則 $\sum_{i=1}^{n} s_i s_i = \sum_{i=1}^{n} v_i v_i$ ，且解得之(A,B,C)爲平面之單位法向量。

比較嚴謹及簡化兩方法，嚴謹方法採用點至平面的距離公式爲觀測函數 $F(A,B,C,D) = \frac{|Ax+By+Cz+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = 0$ ，而簡化方法則採用平面公式爲觀測函數 $E(A,B,C,D) = Ax+By+Cz+D=0$ ，兩種方法在相同的約制條件 $A^2+B^2+C^2=1$（或常數 k，k＞0）下疊代漸進時，未知參數[A B C D]將會收斂於相同的值。

由於兩種方法均採用疊代的方式計算，未知參數必須給予初始值方能計算，在此說明初始值之計算方法。假設有一平面爲 $ax+by+cz+d=0$ ，(a,b,c)爲單位法向量，則三者中至少有一個不爲